



# تحلیل توزیع فراوانی دبی‌های حداکثر رودخانه‌ای با استفاده از روش گشتاورهای خطی (مطالعه موردی: رودخانه‌های استان آذربایجان شرقی)

امین عبدی کردانی، احمد فاخری فر

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی عمران آب- دانشگاه تبریز

۲- دانشیار گروه مهندسی آب- دانشگاه تبریز

amin.abdi@yahoo.com

## خلاصه

دقت تحلیل فراوانی سیلاب بستگی به انتخاب نوع توزیع احتمالاتی و روش تخمین پارامترهای آن دارد. در صورتیکه روش مناسبی جهت تخمین پارامترها به کار برده شود، تاثیر مقادیر پرت در داده‌های آماری ناچیز می‌گردد. یکی از روشهای تخمین پارامترها، روش گشتاورهای خطی است که حالت گسترش یافته روش گشتاورهای وزنی احتمال می‌باشد و توسط هاسکینگ ارائه گردیده است. در این روش، گشتاورهای خطی که بوسیله ترکیبات خطی مجموعه اطلاعات، تخمین زده می‌شود، از دقت بیشتری نسبت به سایر روشهای تخمین پارامتر برخوردار می‌باشد و دامنه وسیعی از توزیع‌های آماری را دربر می‌گیرد. در این تحقیق دبی‌های حداکثر سالیانه ۳۸ رودخانه حوزه‌های آذربایجان شرقی در دوره آماری مشترک ۳۴ ساله، توسط توزیع‌های ویکیبی پنج پارامتری، لجستیک تعمیم یافته، مقادیر حد تعمیم یافته، پارینوی تعمیم یافته با استفاده از روش گشتاورهای خطی برازش داده شده‌است. در مرحله بعد آزمون نیکوئی برازش به منظور تعیین مناسب‌ترین تابع توزیع منطقه انجام، و در نهایت توزیع ویکیبی پنج پارامتری مناسب تشخیص داده شد.

کلمات کلیدی: دبی‌های حداکثر، گشتاورهای خطی، توزیع ویکیبی پنج پارامتری، آزمون نیکوئی برازش

## مقدمه

هر سال در گوشه و کنار دنیا، جان و مال بسیاری از مردم توسط سیل به مخاطره کشیده می‌شود. با توجه به تغییرات مکانی و زمانی بارش و همچنین پتانسیل سیل خیزی در کشور ما، اطلاع از احتمال وقوع و یا دوره بازگشت سیلاب‌ها و همچنین اطلاع از محدوده گسترش سیل می‌تواند برنامه‌ریزان و متخصصان را در زمینه راهکارهای کنترل این پدیده مخرب یاری نماید. اگر احداث سازه‌های مختلف و همچنین توسعه شهرها و روستاها بر اساس پیش‌بینی سیل و اطلاع از بزرگی و محدوده گسترش آن صورت‌پذیرد، تا حدود زیادی می‌توان خطر سیل را کاهش داد. این امر با استفاده از تحلیل فراوانی سیل امکان‌پذیر است (۱). هدف اولیه تحلیل فراوانی، ارتباط دادن بزرگی حوادث حدی به فراوانی وقوع آنها از طریق استفاده از توزیع‌های آماری می‌باشد. در هیدرولوژی سعی می‌شود برای داده‌ها توابع احتمالاتی مناسبی پیدا شود تا از روی آن‌ها بتوان مقدار متغیر موردنظر را به ازاء احتمالات مختلف محاسبه کرد. از نظر تئوری، توابع احتمالاتی مختلفی وجود دارد که بصورت تجربی اندازه‌گیری و ثبت شده‌اند. بهترین تابعی که با داده‌های مورد نظر مطابقت داشته باشد به عنوان تابع توزیع احتمال برگزیده می‌شود تا بتوان از روی آن به ازاء هر احتمال موردنظر مقدار متغیر هیدرولوژی را بدست آورد. بنابراین تحلیل فراوانی وقایع در هیدرولوژی شامل چهار مرحله خواهد بود که عبارتند از:

- انتخاب توابع توزیع احتمال از نظر تئوری
- برازش داده‌های هیدرولوژی موجود با توابع توزیع تئوری
- انتخاب مناسب‌ترین تابع توزیع تئوری که با داده‌ها مطابقت داشته باشد.
- تعیین متغیر موردنظر از روی تابع توزیع تئوری



در هیدرولوژی توزیع‌های احتمالاتی بسیاری وجود دارد که کافی است داده‌های مورد نظر را با یکی از توابع توزیع تئوری برازش بدهیم و اگر نکوئی برازش ثابت‌شد، با حل تئوری معادله توزیع، مقدار متغیر را به ازاء احتمالات مختلف بدست آوریم (۲).

در استفاده از توزیع‌های احتمال برای برآورد بزرگی پیشامدها، دو منبع خطا وجود دارد: منبع اول خطا از اینجا ناشی می‌شود که نمی‌دانیم از توزیع‌های مختلف کدام توزیع واقعی است، یعنی معلوم نیست پیشامدها طبیعتاً از چه توزیعی تبعیت می‌کنند. این مطلب قابل اهمیت است زیرا پیشامدهای نمونه موجود معمولاً برای دوره‌های بازگشت نسبتاً کوتاه در اختیار هستند (یعنی حول مرکز توزیع احتمال)، در صورتیکه پیشامدهای لازم برای برآورد عموماً دارای دوره‌های بازگشت طولانی هستند (یعنی در دنباله توزیع). بسیاری از توزیع‌ها در مراکز متحدالشکل هستند، ولی در دنباله‌ها تفاوت زیادی دارند، در نتیجه ممکن است به داده‌های مفروض چندین توزیع را برازش داد و برآوردهای مختلفی از پیشامدهای T ساله را بدست آورد. آزمون نیکوئی برازش را می‌توان برای انتخاب توزیعی که به بهترین وجه داده‌های نمونه را توصیف کند بکاربرد، ولی این مشکل اساسی را حل نخواهد کرد. وقتی یک توزیع انتخاب شد منبع دوم خطا ظاهر می‌شود. پارامترهای آماری توزیع احتمال باید از داده‌های نمونه برآورد شوند، چون در داده‌های نمونه ممکن است خطا وجود داشته باشد که می‌بایست روش برازش این خطاها را مینیمم سازد تا در حد امکان از کارایی لازم برخوردار باشد (۳).

دقت تحلیل فراوانی سیلاب بستگی به انتخاب نوع توزیع احتمالاتی و روش تخمین پارامترهای آن دارد. به نقل از گزارشات گامبل (۱۹۴۱)، موران (۱۹۵۷)، بنسوان (۱۹۶۸) و هاسکینگ (۱۹۹۱) تحقیقاتی در رابطه با انتخاب مناسب‌ترین روش تخمین پارامترها انجام شده است. با این وجود فیرینگ (۱۹۶۷) گزارش نموده است که با وجود مقادیر پرت، نتایج بیشتر روشهای آماری تحلیل فراوانی سیلاب، تحت تاثیر قرار می‌گیرند. بنابراین به نظر می‌رسد که اگر مقادیر پرت از بررسی حذف شوند نتایج آماری از دقت زیادی برخوردار خواهد بود. کونان (۱۹۸۶) مشاهده کرد که اگر روش مناسبی جهت تخمین پارامترها به کار برده شود، تاثیر مقادیر پرت ناچیز است.

گشتاورهای خطی که توسط هاسکینگ (۱۹۹۰) ارائه گردیده است، ترکیبات خطی از مجموعه اطلاعات هستند که به داده‌های پرت حساس نبوده و قادر می‌باشند دامنه وسیعی از توزیع‌ها را در برگیرند. در واقع کمترین اریب را نسبت به گشتاورهای معمولی، که از ترکیبات غیر خطی استفاده می‌کنند، دارا می‌باشند. به سخن دیگر، برآوردهای گشتاورهای معمولی مانند واریانس و ضریب چولگی نمونه، داده‌های مشاهداتی را به ترتیب به توان ۲ و ۳ می‌رساند که بدین ترتیب وزن بیشتری به داده‌های پرت داده می‌شود، و نهایتاً منجر به اریب و واریانس زیاد آنها می‌گردد بنابراین کاربرد آنها برای تحلیل تناوب سیل (تعیین توزیع مناسب و تخمین پارامترهای توزیع) مناسب است (۴ و ۵).

در مورد استفاده از روش گشتاورهای خطی، تحقیقات متعددی در مناطق دنیا انجام شده است که از چندین مورد اخیر می‌توان به کرول و ووگل (۲۰۰۲)، جینگی و هال (۲۰۰۴)، کومار و چترجی (۲۰۰۵)، نگوین (۲۰۰۶) و ابیدا و الوز (۲۰۰۷) اشاره کرد (۶، ۷، ۸، ۹ و ۱۰).

با توجه به اینکه در تحقیقات ذکر شده هیچ‌گونه توافقی در بین هیدرولوژیست‌ها در مورد استفاده از یک تابع توزیع خاص وجود ندارد، و بسته به منطقه مورد نظر، توزیع و یا توزیع‌های خاصی انتخاب و پیشنهاد شده است، لذا هدف اصلی این تحقیق انتخاب مناسب‌ترین توزیع با استفاده از روش گشتاورهای خطی در حوزه‌های آذربایجان شرقی می‌باشد.

## مواد و روشها:

### موقعیت جغرافیایی منطقه مورد مطالعه

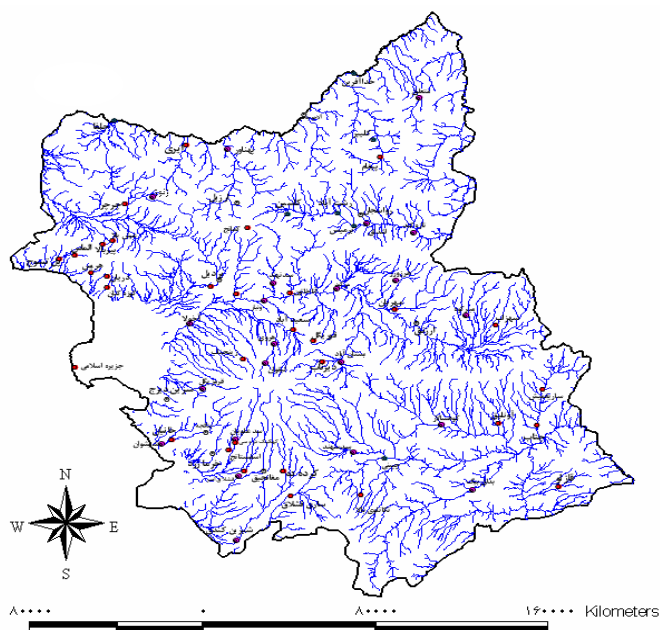
منطقه مورد نظر شامل ۲۸ ایستگاه هیدرومتری استان آذربایجان شرقی می‌باشد، که نام و مشخصات هر یک از آنها در جدول ۱ ارائه شده است. در این تحقیق دبی‌های حداکثر سالیانه مربوط به هر ایستگاه در دوره آماری مشترک ۳۴ ساله، از سال آبی ۵۰-۴۹ تا ۸۳-۸۲ مورد مطالعه قرار گرفته است (شکل ۱). با توجه به اینکه، ایستگاه‌های هیدرومتری در برخی از سالها فاقد آمار و داده‌های ثبت شده بودند، لذا جهت پر کردن خلاء آماری، از روش جرم مضاعف استفاده شده است.

جدول ۱- نام و مشخصات ایستگاه‌های هیدرومتری

ردیف	نام ایستگاه	نوع ایستگاه	مشخصات جغرافیایی		
			طول	عرض	ارتفاع
۱	لیقوان	هیدرومتری درجه ۱	46-26	37-50	2150
۲	هروی	هیدرومتری درجه ۱	46-29	37-55	1920
۳	ونبار	هیدرومتری درجه ۱	46-26	38-07	1460
۴	آخولا	هیدرومتری درجه ۱	46-02	38-01	1312
۵	پردیل	هیدرومتری درجه ۲	46-12	38-13	1380
۶	پل سنخ	هیدرومتری درجه ۴	46-09	38-11	1352
۷	زینجناب	هیدرومتری درجه ۴	46-19	37-51	2100
۸	آناختون	هیدرومتری درجه ۴	46-17	38-09	1400
۹	خواجه	هیدرومتری درجه ۴	46-34	38-09	1500
۱۰	قرمزی گل	هیدرومتری درجه ۱	46-06	37-43	1800



1270	37-28	45-53	هیدرومتری درجه ۱	شیشوان	۱۱
1670	37-31	46-07	هیدرومتری درجه ۲	ینگچه	۱۲
1610	37-29	46-16	هیدرومتری درجه ۱	تازه کند صوفی چای	۱۳
1530	37-25	46-09	هیدرومتری درجه ۲	خرمازرد	۱۴
1650	37-28	46-16	هیدرومتری درجه ۴	کپلیک دره سی	۱۵
1575	37-20	46-19	هیدرومتری درجه ۴	چکان	۱۶
1500	37-26	46-14	هیدرومتری درجه ۴	اسفستانچ	۱۷
1365	37-01	46-16	هیدرومتری درجه ۱	شیرین کنده	۱۸
1520	37-19	46-17	هیدرومتری درجه ۱	قشلاق امیر	۱۹
1650	37-20	46-25	هیدرومتری درجه ۲	مغانجیق	۲۰
1616	38-14	45-36	هیدرومتری درجه ۴	دریان	۲۱
1725	37-50	46-50	هیدرومتری درجه ۱	بستان آباد	۲۲
1860	37-50	46-44	هیدرومتری درجه ۴	دیزناب	۲۳
1520	38-10	46-49	هیدرومتری درجه ۱	مرکید	۲۴
1830	38-12	47-08	هیدرومتری درجه ۱	هرزورز	۲۵
1550	38-04	47-07	هیدرومتری درجه ۴	مهربان	۲۶
1830	38-02	47-30	هیدرومتری درجه ۱	میرکوه	۲۷
1855	37-59	47-39	هیدرومتری درجه ۴	سهباب	۲۸
1480	37-32	47-21	هیدرومتری درجه ۱	کوهسالار	۲۹
1280	37-32	47-39	هیدرومتری درجه ۴	اونلیق	۳۰
1300	37-31	47-51	هیدرومتری درجه ۴	چتاب	۳۱
1220	38-25	47-14	هیدرومتری درجه ۱	تازه کند اهر	۳۲
1300	38-28	46-59	هیدرومتری درجه ۱	اشدلق	۳۳
300	39-08	46-57	هیدرومتری درجه ۳	خداآفرین	۳۴
1630	38-31	46-34	هیدرومتری درجه ۳	کاسین	۳۵
672	38-49	46-15	هیدرومتری درجه ۱	پهناور	۳۶
1550	38-34	46-18	هیدرومتری درجه ۲	ارزین	۳۷
1300	38-51	47-03	هیدرومتری درجه ۳	کلیبر	۳۸



شکل ۱- نقشه رودخانه‌ها و ایستگاه‌های هیدرومتری

**روش گشتاورهای خطی**

گرینوود و همکاران (۱۹۷۹) گشتاورهای وزنی احتمال (PWM)<sup>۱</sup> را با توجه به متغیر تصادفی  $X$  و تابع توزیع تجمعی  $F(X)$  به شرح زیر تعریف کرده‌اند:

$$M_{p,r,s} = E\{X^p [F(X)]^r [1-F(X)]^s\} = \int_0^1 X^p [F(X)]^r [1-F(X)]^s dF \quad (۱)$$

یکی از حالت‌های خاص آن مربوط به  $p=1$  و  $s=0$  می‌باشد:

$$\beta_r = M_{1,r,0} = E\{X[F(X)]^r\} = \int_0^1 X[F(X)]^r dF \quad \text{و} \quad r = 0,1,2,\dots \quad (۲)$$

گشتاورهای خطی مرتبه  $r$  (  $\lambda_r$  )، در واقع ترکیبات خطی از گشتاورهای وزنی احتمال می‌باشند، که بصورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\lambda_{r+1} = \sum_{j=0}^r P_{r,j}^* \beta_j \quad \text{و} \quad r = 0,1,2,\dots \quad (۳)$$

$$P_{r,j}^* = (-1)^{r-j} \binom{r}{j} \binom{r+j}{j} = \frac{(-1)^{r-j} (r+j)!}{(j!(r-j)!)} \quad (۴)$$

به عنوان مثال چهار گشتاور نخست که به عنوان ترکیبات خطی گشتاورهای وزنی احتمال بیان می‌شوند عبارتند از:

$$\lambda_1 = \beta_0 \quad (۵)$$

$$\lambda_2 = 2\beta_1 - \beta_0 \quad (۶)$$

$$\lambda_3 = 6\beta_2 - 6\beta_1 + \beta_0 \quad (۷)$$

$$\lambda_4 = 20\beta_3 - 30\beta_2 + 12\beta_1 - \beta_0 \quad (۸)$$

همچنین نسبت‌های گشتاورهای خطی بصورت  $\tau_r = \lambda_r / \lambda_2$  و با در نظر گرفتن  $r = 3,4,\dots$  بیان می‌شود. در روابط فوق  $\lambda_1$  به عنوان میانگین گشتاورهای خطی،  $\lambda_2$  به عنوان انحراف معیار گشتاورهای خطی،  $\lambda_1 / \lambda_2$  به عنوان ضریب تغییرات گشتاورهای خطی  $(L - C_V)$ ،  $\tau_3$  به عنوان ضریب چولگی گشتاورهای خطی  $(L - C_S)$  و  $\tau_4$  به عنوان ضریب کشیدگی گشتاورهای خطی  $(L - C_k)$  نامیده می‌شود. به جای  $\beta_r$  و  $\lambda_r$  می‌توان از برآوردگرهای نارایب  $b_r$  و  $l_r$  استفاده کرد.

$$b_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{(i-1)(i-2)\dots(i-r)}{(n-1)(n-2)\dots(n-r)} x_i \quad \text{و} \quad x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n \quad \text{و} \quad r = 0,1,\dots,n-1 \quad (۹)$$

$$l_{r+1} = \sum_{j=0}^r P_{r,j}^* b_j \quad \text{و} \quad r = 0,1,\dots,n-1 \quad (۱۰)$$

همچنین نسبت‌های گشتاورهای خطی توسط برآوردگرهای  $t_r = l_r / l_2$  و با در نظر گرفتن  $r = 3,4,\dots$  معرفی می‌گردد. در این تحقیق برای برآورد پارامترهای توزیع‌های آماری از برنامه ارائه شده توسط آقای هاسکینگ که به زبان فورترن نوشته شده استفاده گردیده است.

**روش کار:**

روش کار بدین ترتیب است که داده‌های دبی‌های حداکثر سالیانه هر ایستگاه به عنوان ورودی برنامه بوده و پارامترهای توزیع‌های مربوطه به عنوان خروجی می‌باشد. پس از تخمین پارامترهای توزیع به برآورد چندگانه  $(X(F))$  با استفاده از فرمول‌های زیر می‌پردازیم (۱):

توزیع مقادیر حد تعمیم یافته (GEV): 
$$X(F) = u + \alpha / k [1 - (-\ln F)^k] \quad (۱۱)$$

توزیع لجستیک تعمیم یافته (GLOG): 
$$X(F) = \xi + \alpha / k [1 - \{(1-F)/F\}^k] \quad (۱۲)$$

توزیع پاریتوی تعمیم یافته (GPAR): 
$$X(F) = \xi + \alpha / k [1 - \{1/(1-F)\}^{-k}] \quad (۱۳)$$

<sup>۱</sup> - Probability Weighted Moments

<sup>۲</sup> - L-Coefficient of variation

<sup>۳</sup> - L-Coefficient of skewness

<sup>۴</sup> - L-Coefficient of kurtosis



$$X(F) = \xi + \alpha[1 - (1 - F)^\beta] / \beta - \gamma[1 - (1 - F)^{-\delta}] / \delta \quad (14)$$

توزیع ویکی پنج پارامتری (WK5):

$$F = F(X) = P(X \leq x) = 1 - P(X > x) \quad (15)$$

احتمال تجربی وقوع هر داده ( $P(X > x)$ ) از رابطه ویبول محاسبه می‌گردد.

بدین ترتیب داده‌های محاسباتی نظیر هر ایستگاه و برای توزیع‌های مربوطه مشخص می‌گردد. در مرحله بعد آزمون نیکویی برازش به منظور تعیین مناسب‌ترین تابع توزیع انجام می‌شود. برای این منظور از روش  $^1RRMSE$  استفاده شده و از رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$RRMSE = \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{\hat{Q}_i - Q_i}{Q_i} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (16)$$

در این معادله  $\hat{Q}_i$  مقدار دبی برآوردشده با توزیع موردنظر،  $Q_i$  مقدار دبی مشاهده شده می‌باشد.

### نتیجه‌گیری:

نتایج حاصل از آزمون نیکویی برازش به روش RRMSE به منظور تعیین مناسب‌ترین تابع توزیع (جدول ۲) نشان می‌دهد که توزیع ویکی پنج پارامتری در مقایسه با سایر توزیع‌ها، RRMSE کمتر و در نتیجه برازش بهتری دارد (جدول ۳) و (شکل ۲).

جدول ۲- RRMSE های محاسبه شده در مورد توزیع‌های آماری مختلف در ۳۸ ایستگاه هیدرومتری استان آذربایجان شرقی

توزیع آماری منتخب	RRMSE				نام ایستگاه	ردیف
	GPAR	GLOG	GEV	WK5		
WK5	0.0183	0.0124	0.0154	0.0111	لیقوان	۱
WK5	0.0334	0.0276	0.0283	0.0210	هروی	۲
WK5	0.1248	0.0759	0.0887	0.0582	ونبار	۳
WK5	0.2500	0.1329	0.1649	0.0874	آخولا	۴
WK5	0.0321	0.0194	0.0223	0.0129	پردیل	۵
GEV	0.0483	0.0371	0.0314	0.0380	پل سنیخ	۶
WK5	0.0301	0.0231	0.0233	0.0220	زینجناب	۷
GLOG	0.1336	0.0278	0.0355	0.1374	آناخانون	۸
WK5	0.0232	0.0177	0.0173	0.0159	خواجه	۹
WK5	0.1206	0.0809	0.0901	0.0328	قرمزی گل	۱۰
WK5	0.0318	0.0352	0.0239	0.0151	شیشوان	۱۱
WK5	0.0366	0.0217	0.0205	0.0200	پینگچه	۱۲
WK5	0.0275	0.0180	0.0195	0.0131	تازه کند صوفی چای	۱۳
WK5	0.0239	0.0229	0.0200	0.0194	خرمازرد	۱۴
WK5	0.0110	0.0233	0.0155	0.0081	کهلیک دره سی	۱۵
GLOG	0.0330	0.0182	0.0189	0.0183	چکان	۱۶
WK5	0.0519	0.0311	0.0351	0.0236	اسفستانج	۱۷
WK5	0.0389	0.0249	0.0187	0.0184	شیرین کندی	۱۸
WK5	0.0445	0.0292	0.0329	0.0185	قشلاق امیر	۱۹
WK5	0.0274	0.0258	0.0211	0.0177	مغانجیق	۲۰
WK5	0.0171	0.0177	0.0154	0.0141	دریان	۲۱
WK5	0.0151	0.0365	0.0273	0.0146	بستان آباد	۲۲
WK5	0.0616	0.0321	0.0384	0.0205	دیزناب	۲۳

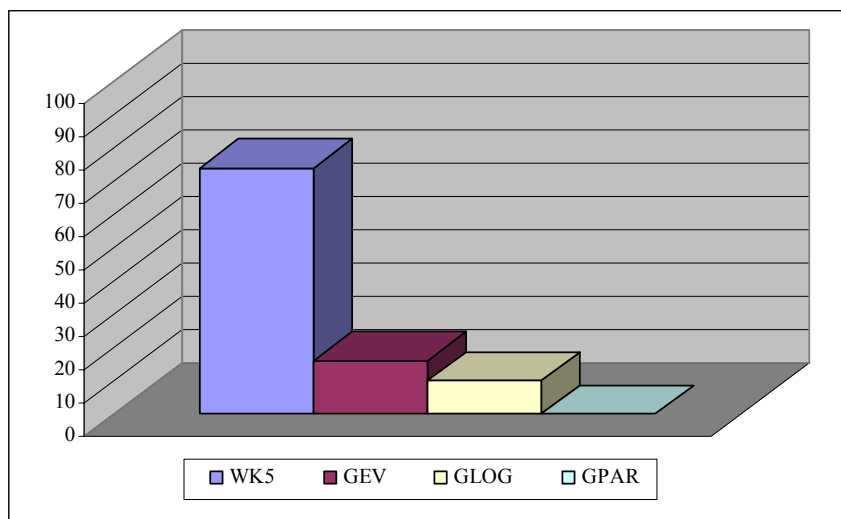
<sup>1</sup> - Relative Root Mean Squared Error



GLOG	0.0585	0.0282	0.0368	0.0447	مرکید	۲۴
GEV	0.0365	0.0186	0.0149	0.0182	هرزورز	۲۵
WK5	0.0373	0.0257	0.0250	0.0181	مهربان	۲۶
GEV	0.0187	0.0135	0.0117	0.0125	میرکوه	۲۷
GEV	0.0237	0.0143	0.0141	0.0168	سهزاب	۲۸
WK5	0.0559	0.0216	0.0211	0.0201	کوهسالار	۲۹
WK5	0.0191	0.0282	0.0212	0.0185	اونلیق	۳۰
GLOG	0.0788	0.0229	0.0380	0.0468	چناب	۳۱
WK5	0.0226	0.0698	0.0495	0.0184	تازه کند اهر	۳۲
WK5	0.1318	0.0625	0.0767	0.0286	اشدلق	۳۳
GEV	0.0226	0.0178	0.0171	0.0173	خداآفرین	۳۴
WK5	0.0244	0.0143	0.0160	0.0120	کاسین	۳۵
WK5	0.0104	0.0164	0.0126	0.0097	پهناور	۳۶
GEV	0.0455	0.0337	0.0336	0.0404	ارزیل	۳۷
WK5	0.0601	0.0508	0.0507	0.0281	کلیبر	۳۸

جدول ۳- درصد برازش توزیع‌های آماری مختلف به روش گشتاورهای خطی

توزیع	WK5	GEV	GLOG	GPAR
درصد برازش	۷۴	۱۶	۱۰	۰



شکل ۲- درصد برازش توزیع‌های آماری مختلف به روش گشتاورهای خطی

توزیع ویکی پنج پارامتری که توسط هوگتون (۱۹۷۸) ارائه شده است (۱۱)، بطور بالقوه در تحلیل فراوانی سیل مفید است و به چندین دلیل توسط گرین‌وود و همکاران (۱۹۷۹) مورد بحث قرار گرفته است. یکی از این دلایل در برداشتن تعداد پارامتر بیشتر توزیع ویکی نسبت به سایر توزیع‌ها با پارامترهای کمتر می‌باشد که موجب برازش بهتر این توزیع بر داده‌های مشاهداتی می‌شود. دلیل دیگر این است که می‌تواند دامنه وسیعی از جریان‌های کم تا سیلاب‌ها را در خود جای دهد. از مزایای دیگر توزیع ویکی این است که می‌تواند اثر جدایی را نمایش دهد، بطوریکه دیگر توزیع‌ها این اثر را آشکار نمی‌کنند. از این‌رو این موضوع مورد توجه قرار گرفت که آن به عنوان یک توزیع برتر برای تحلیل فراوانی سیل مطرح گردید (۱).



## مراجع

- ۱- راثو و حامد. تحلیل فراوانی سیل، ترجمه اسلامیان و سلطانی، انتشارات ارکان، چاپ اول، ۱۳۸۱
- ۲- علیزاده، امین. اصول هیدرولوژی کاربردی، انتشارات آستان قدس رضوی، چاپ هفدهم، ۱۳۸۳
- ۳- کایت، ج. دبلیو. تحلیل فراوانی وقایع و ریسک در هیدرولوژی، ترجمه علیزاده و همکاران، انتشارات آستان قدس رضوی، چاپ اول، ۱۳۶۹
- 4- Hosking, J.R.M. and Wallis, J.R.M. (1993) Some statistical useful in regional frequency analysis. *Water Resources Research*, 29(2), 271-281.
- 5- Hosking, J.R.M. (2005) Fortran routines for use with the method of L-moments. *Version 3.05, Research Report, IBM Research Division, Yorktown Heights, New York 10598.*
- 6- Kroll, C.N. and Vogel, R.M.(2002) Probability distribution Of low stream flow series in the United states. *Journal of hydrologic Engineering*, 7(2), 137-146.
- 7- Jingyi, Z. and Hall, M.J. (2004) Regional flood frequency analysis for the Gan-Ming river basin in China, *journal of hydrology*, 296(1-4), 98-117.
- 8- Kumar, R. and Chatterjee, C. (2005) Regional flood frequency analysis using L-moments for North Bahmaputra region of India. *Journal of hydrologic Engineering*, 10(1), 1-7.
- 9- Nguyen, V.T. (2006) On regional estimation of floods for ungaged sites, *Asia oceania geosciences society, McGill University, Singapore.*
- 10- Abida, H. and Ellouze, M. (2007) Probability distribution of flood flow in Tunisia. *Hydrology and Earth system sciences discussions*, 4, 957-981.
- 11- Houghton, J.C. (1978) Birth of a parent: the Wakeby distribution for modeling flood flow. *Water Resources Research*, 14(6): 1105-1109.